



47. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos döntő – 1. nap

HETEDIK OSZTÁLY

Minden állításonkat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény puszta közlése, ha a feladat szövegében szerepel, hogy „*nincs szükség indoklásra*”.

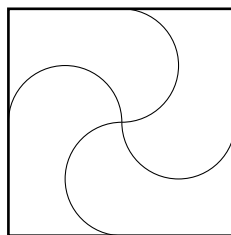
1. Adott egy 90 egység területű nagy téglalap.

Szeretnénk az oldalakkal párhuzamos vágásokkal felosztani kilenc kisebb téglalagra úgy, hogy a kapott téglalapok közül a bal felső területe 1 egység, a jobb felsőé 3, a bal alsóé 9, a középsőé pedig 10 egység legyen.

1		3
	10	
9		

Mutasd meg, hogy a nagy téglalap alakjától függetlenül mindig van ilyen felosztás, és add meg a hiányzó öt kis téglalap területének egy-egy lehetséges értékét! (Nem kell megkeresni az összes lehetséges felosztást.)

2. Egy számot emelkedőnek nevezünk, ha balról jobbra olvasva minden számjegye nagyobb az előtte állónál. (Például a 36 és a 2579 emelkedő számok.) Hány olyan háromjegyű emelkedő szám van, amelynek az ötszöröse **nem** emelkedő szám?
3. Anna játékkészletében az ábrán látható mintájú színes lapok szerepelnek. A négy egybevágó tartomány mindegyike a kék, sárga, zöld vagy piros színek valamelyikével van színezve. A készletben csak olyan lapok vannak, aminél két tartomány különböző színű, ha van közös határvonala. Hány különböző lapot tartalmazhat legfeljebb Anna készlete? (A forgatással egymásba vihetőket nem tekintjük különbözőnek.)



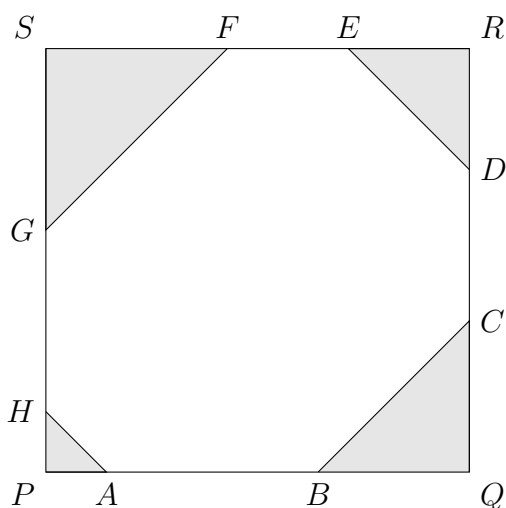
FOLYTATÁS A TÚLOLDALON!

4. Egy 8×8 -as táblázat mezőit kitöltjük az 1-től 64-ig terjedő pozitív egész számokkal úgy, hogy minden szám pontosan egy mezőben szerepel. Ezután a táblázat bal felső sarkából indulva sétálunk a táblázat mezőin, az alábbi szabályok szerint:

- mindig csak élszomszédos mezőre léphetünk
- egy mezőre csak egyszer szabad rálépni
- a sétának a jobb alsó sarokmezőben kell végződnie.

A séta során érintett mezőkön (beleértve a kiinduló- és az utolsó mezőt is) lévő számokat összeadjuk. Az összes lehetséges kitöltést és azokon az összes lehetséges sétát tekintve mennyi ennek az összegnek a legnagyobb lehetséges értéke?

5. A $PQRS$ négyzetből a sarkainál levágtuk a PAH , QCB , RED , SGF egyenlő szárú háromszögeket az ábra szerint, így egy nyolcszöget kaptunk. Bizonyítsd be, hogy az $ACEG$ és a $BDFH$ négyszög területe egyenlő.



Budapest, 2018. május 25.

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Nagy Károl, Steller Gábor.

Lektorálta: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.