



48. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Megyei forduló

HARMADIK OSZTÁLY

JAVÍTÓKULCS

1. Öt fiú gyorskorcsolya versenyről a résztvevők közül néhányan a következőket mondták:
Károly: Végre sikerült megelőzni Bencét!
János: Ugyanannyian végeztek előttem, mint mögöttem.
Tamás: Sajnos elestem, így én lettem az utolsó.
Gábor: Nem sikerült megelőzni Jánost.

Mi lett az öt fiú sorrendje a versenyen, ha mindannyian igazat mondtak és nem volt holtverseny? Írd le sorban a nevüket az első helyezettől kezdve!

Megoldás:

Tamás 5. helyezett, mert utolsó.

János középen végzett, azaz 3.

Gábor János után ért célba, de nem utolsó, ezért ő lett a 4.

Károly megelőzte Bencét, így Károly az 1. és Bence a 2.

Tehát a sorrend az elsőtől kezdve: Károly, Bence, János, Gábor és Tamás.

A helyes sorrend leírása 7 pont.

Ha a versenyző nem tudta a végső sorrendet helyesen felírni, de vannak helyes megállapításai, akkor azokra 1-1 pont adható.

2. Berci betűket árul, az ábécé minden betűjéhez tartozik egy szám, ez a betű ára. Egy szó ára a szót alkotó betűk árának összege. Mennyibe kerül a KALMÁR szó, ha az alábbiakat tudjuk:

$$\begin{aligned} \text{RÁK} &= 22 \\ \text{LÁMA} &= 21 \\ \text{MÁRNA} &= 20 \\ \text{ALMA} &= 19 \\ \text{A} &= 1 \end{aligned}$$

Írd le, a megoldásod menetét!

1. Megoldás:

$$\text{RÁK} + \text{ALMA} = \text{KALMÁR} + \text{A}$$

$$\text{Így KALMÁR} = 22 + 19 - 1 = 40$$



2. Megoldás:

$$RÁK + LÁMA = KALMÁR + Á.$$

Mivel a LÁMA és az ALMA betűi között az a különbség, hogy egy Á betűt A-ra cseréltünk, így 2-vel csökkent az ára, ezért az Á betű 2-vel drágább az A-nál ami 1, ezért $Á=1+2=3$.

$$\text{Így } KALMÁR = 22 + 21 - 3 = 40$$

A helyes megoldás 7 pont.

Ha a versenyző nem tudta a KALMÁR árát megadni, de közben helyes megállapításokat tett, akkor azokra 1-1 pont adható.

3. Az alábbi 4x4-es táblázat minden kis négyzetébe írj egy-egy számot az 1; 2; 3 és 4 számok közül úgy, hogy egy sorban ne legyen két egyforma szám és egy oszlopban se legyen két egyforma szám. Minden vastag vonallal határolt téglalapba két olyan számot kell írnod, hogy ha a két számmal a téglalap bal felső sarkába írt műveletet végrehajtod, akkor a műveleti jel mellé írt számot kapod eredményül. Például ha egy téglalap bal felső sarkában a -2 -t látod, akkor a négyzetekben valamilyen sorrendben az 1 és 3 vagy a 2 és 4 számok vannak, mert $3 - 1 = 2$ és $4 - 2 = 2$. Ha a művelet kivonás vagy osztás, akkor te döntheted el, hogy milyen sorrendben végzed el a műveletet a négyzetekben írt számokkal. Írd be a számokat a táblázatba! (Azokba a négyzetekbe is írj számot, amelyekbe a műveletet írtuk! Az "x" a szorzás műveletet jelöli.)

x 2	: 2	x 3	
		- 2	- 1
x 3			
- 1		: 2	

Megoldás:

x 2	: 2	x 3	
2	4	3	1
1	2	- 2	- 1
		4	3
x 3			
3	1	2	4
- 1		: 2	
4	3	1	2

A táblázat helyes kitöltése 7 pont.

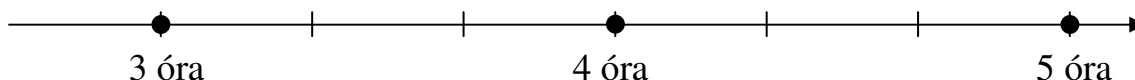
Ha legalább 2 téglalapot helyesen kitöltött, akkor arra 1 pont adható, és utána téglalaponként 1 pont.



4. „Mikor indulunk?” – kérdezte Dorka Zsuzsától. Zsuzsi így válaszolt:
„Az indulás időpontja és ma délután 3 óra között kétszer annyi idő telik el, mint az indulás időpontja és ma délután 4 óra között.” Mikor indulhattak Dorkákék? Megoldásodat indokold!

Megoldás:

Ábrázoljuk idővonalon az időpontokat!



3 óra előtt nem lehet megfelelő időpont, mert azok távolabb vannak a 4 órától, mint a 3 órától.

3 és 4 óra között van egy ilyen időpont: a szakaszt, azaz a két időpont közötti 60 percet 3 egyenlő részre osztva a 4-hez közelebbi harmadolópontra megfelelő. A 60 perc harmada 20 perc, így a 3 óra 40 perc a feltételeknek megfelelő indulási időpont.

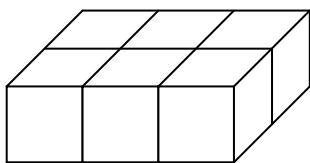
4 óra után is van egy időpont, amelyik kétszer akkora távolságra van a 3 órától, mint a 4 órától. Mivel 3 és 4 óra között 1 óra telik el, ez az időpont 4 óra után 1 órával azaz 5 órakor lesz.

Mindkét időpont helyes meghatározása 7 pont.

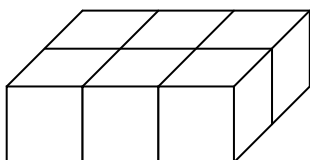
Csak egy időpont 4 pontot ér.

5. Guszti kedvenc játékában olyan dobókockák vannak, amelyek hat lapján az 1; 2; 2; 3; 3 és 4 számok vannak. Két azonos szám nincsen szomszédos lapon (azaz nincs két olyan lapon, amelyeknek van közös éle). Hat ilyen kockából Guszti az ábrán látható téglatestet ragasztotta össze, majd összeadta a lapokon látható számokat (a test alsó lapját is látja).

- a) Melyik a legkisebb szám, amit Guszti kaphatott?



- b) Melyik a legnagyobb szám, amit Guszti kaphatott?



Megoldás:

A kocka két szemközti lapján 2-es, két szemközti lapján 3-as, két szemközti lapján 1-es és 4-es van. A kockán a számok összege 15.

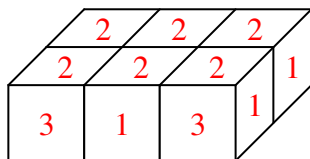


a) A legkisebb összeg eléréséhez a legnagyobb számokat kell letakarni.

A téglatest csúcsainál két szomszédos lapot tudunk eldugni, ezek a 3 és a 4, így ezeken a kockákon legalább $15 - 3 - 4 = 8$ az összeg.

A téglatest leghosszabb élénél a középső kockán a legnagyobb letakarható számok a 4-es és két 3-as, így ezeken a kockákon legalább $15 - 4 - 6 = 5$ az összeg.

Így a legkisebb szám, amit Gusztáv kaphatott a $4 \cdot 8 + 2 \cdot 5 = 42$.

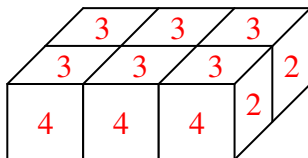


b) A legnagyobb összeg eléréséhez a legkisebb számokat kell letakarni.

A téglatest csúcsainál két szomszédos lapot tudunk eldugni, ezek az 1 és a 2, így ezeken a kockákon legfeljebb $15 - 1 - 2 = 12$ az összeg.

A téglatest leghosszabb élénél a középső kockán a legkisebb letakarható számok az 1-es és két 2-es, így ezeken a kockákon legfeljebb $15 - 1 - 4 = 10$ az összeg.

Így a legkisebb szám, amit Gusztáv kaphatott a $4 \cdot 12 + 2 \cdot 10 = 68$.



A helyes megoldás összesen 7 pont.

A kockán a szemközti lapok helyes megállapítása 1 pont, a legkisebb összeg 3 pont, a legnagyobb összeg is 3 pont.