



42. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

ORSZÁGOS DÖNTŐ 1. nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

Minden feladat teljes megoldása 7 pont

- 1.** Az iskolában lévő tanulói szekrényeket az 1-essel kezdődően egymás után sorszámozták műanyagból készült számjegyekkel. A számjegyek darabja 20 forint volt. Tehát a 9-es szám 20 forintba került, a 10-es pedig $20 \cdot 2 = 40$ -be. Az összes szekrény számozására 138 900 forintot költöttünk. Mi volt az utolsó szekrény sorszáma?

Megoldás:

Először kiszámítjuk, hogy az iskola hány számjegyet vásárolt. $138900 : 20 = 6945$ számjegyet vásároltak. Az egyjegyűek leírásához 9 számjegyre volt szükség, a kétjegyűekhez 180, a háromjegyűekhez 2700 számjegy kellett. A többit a négyjegyűekhez használtuk fel. $6945 - (9 + 180 + 2700) = 4056$. A 4056 számjegy 1014 ajtó megszámozásához elegendő. Az első négyjegyű az 1000, az 1014. pedig 2013. Tehát az utolsó szekrény sorszáma 2013.

- 2.** Gondolatban írjuk le a dátumokat év.hónap.nap formátumban. Pl. 1948.3.25. Nevezzük ezt a dátumot „vegyesnek”, mert minden jegye különböző. Hány nap telik el a XX. század utolsó „vegyes” dátumától a XXI. század első „vegyes” dátumáig? (Egyjegyű hónap és egyjegyű nap száma elé nem kell 0-át írni!)

Megoldás: A XX. század utolsó „vegyes” dátuma 1987.6.30 és a XXI. század első „vegyes” dátuma 2013.4.5. A napok kiszámításánál figyelembe kell venni, hogy 1988, 1992, 1996, 2000, 2004, 2008, 2012 szökőévek, tehát 1 nappal hosszabbak, így 366 naposak. 1987-ben van még $31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 = 184$ nap. A 7 szökőév $366 \cdot 7 = 2562$ nap. A nem szökőévek száma 18, ezért $365 \cdot 18 = 6570$ nap. 2013-ban hiányzik még $31 + 28 + 31 + 4 = 94$ nap. Ez összesen 9410 nap.



- 3.** Egy ötletes rövidítést vezetünk be olyan számok leírására, amelyben sok egyforma számjegy áll egymás után: jelölje d_n a d számjegy n -szeres fellépését. Az n lehet 1, 2, 3, ... Pl. $77755 = 7_3 5_2$, $11119999988333 = 1_4 9_5 8_2 3_3$, $5557755 = 5_3 7_2 5_2$. Ha ezen jelölés mellett

$$2_x 3_y 5_z + 3_z 5_x 2_y = 5_3 7_2 8_3 5_1 7_3$$

akkor mivel egyenlő x , y és z ?

Megoldás:

Írjuk fel a feladatot szóbeli művelet helyett írásbeli művelet formájában. Figyeljük, hogy az összegben milyen számjegy áll és hány darab. Az utolsó három helyi értéken az összeadandókban 3 darab 5-ös és 3 darab 2-es szerepel. Tehát jelenleg így állunk:

$$\begin{array}{r} \dots 555 \\ + \dots 222 \\ \hline \dots 777 \end{array}$$

Már ennyiből látható, hogy $z=3$. Folytassuk! Az összegben csak akkor lesz a következő számjegy 5-ös, ha az összeadandókban az ezresek helyi értékén 3-as és 2-es szerepel. Tehát:

$$\begin{array}{r} \dots 3555 \\ + \dots 2222 \\ \hline \dots 5777 \end{array}$$

Most azt kell biztosítanunk, hogy az összegben 3 darab 8-as legyen. Így felettük 3 db 3-as és 3 db 5-ös áll.

$$\begin{array}{r} \dots 3333555 \\ + \dots 5552222 \\ \hline \dots 8885777 \end{array}$$

Máris látható a kettesek számából, hogy $y=4$.

Az összeg következő jegyei 2 db 7-es. Felette 5-ösöknek és 2-eseknek kell állni.

$$\begin{array}{r} \dots 223333555 \\ + \dots 55552222 \\ \hline \dots 778885777 \end{array}$$



Most már minden "ismeretlen" értékét tudjuk, mert $x=5$. A teljes művelet a következő:

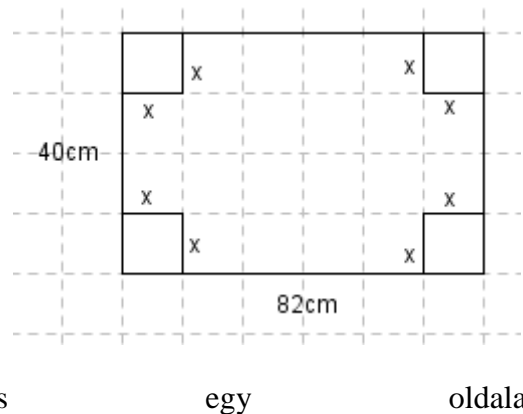
$$\begin{array}{r} 222223333555 \\ + 333555552222 \\ \hline 555778885777 \end{array}$$

Eredmény $x=5$, $y=4$, $z=3$. Ellenőrzés után kiderül, hogy ez teljes egészében megfelel a feladat kívánalmainak.

- 4.** Egy 82 cm hosszú és 40 cm széles téglalap alakú keménylap négy sarkából levágtunk egy-egy egybevágó négyzetet, a megmaradt papírból egy felül nyitott téglatest alakú dobozt készítettünk. Milyen magas volt a doboz, ha annak elkészítéséhez felhasznált papír 3136 cm^2 volt?

Megoldás

Az eredeti téglalap alakú keménylap $82 \cdot 40 = 3280 \text{ (cm}^2\text{)}$. A négy levágott négyzet összterülete $3280 - 3136 = 144 \text{ cm}^2$. Egy kisméretű négyzet területe tehát 36 cm^2 , mert $(82 \cdot 40 - 3136) : 4 = 36 \text{ cm}^2$, vagyis egy oldala 6 cm. Tehát a doboz 6 cm magas.



- 5.** A bűvös négyzetben minden sorban, minden oszlopban és mindkét átlóban a számok összege ugyanannyi. Egy $3 \cdot 3$ -as méretű bűvös négyzetet hiányosan töltöttünk ki. Írd be a hiányzó számokat! Írd le a gondolatmenetedet is!

40		28
13		
		10

Megoldás:

A megoldást segíti, ha a hiányzó mezőkre betűket írunk be.

Az első oszlop és a harmadik sor értékének meg kell egyeznie, ezért



$$40 + 13 + d = d + e + 10, \text{ innen } e = 43.$$

A második sor és a harmadik oszlop értéke is egyenlő, ezért $13 + b + c = 28 + c + 10$,
innen $b = 25$.

Tehát jelenleg így állunk:

40	a	28
13	b	c
d	e	10

Látható, hogy az egyik átló kész, a bűvös állandó értéke 75. Innen már egyszerű a befejezés: $75 - 40 - 28 = a$, $a = 7$,

$$75 - 28 - 10 = c, c = 37,$$

$$75 - 40 - 13 = d, d = 22.$$

40	a	28
13	25	c
d	43	10

A kész bűvös négyzet:

40	7	28
13	25	37
22	43	10