



## 44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos döntő, 1. nap - 2015. május 29.

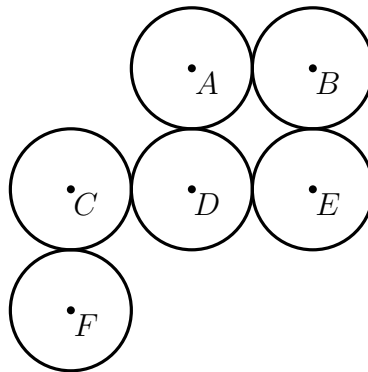
### HETEDIK OSZTÁLY

1. Az

$$1! + 2! + 3! + \dots + 49!$$

számnak mi a tízes számrendszerbeli utolsó két számjegye? (Ahol  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ .)

2. Pisti a síkot 100 különböző egyenessel felosztotta tartományokra, majd beszínezte az ábráján a sokszögeket. Hány olyan tartomány jöhetett létre, amelyet Pisti nem színezett be? Mutass példát minden lehetőségre, és bizonyítsd, hogy más nem lehet a nem színezett tartományok száma.
3. Egy táblán mindig egyetlen szám látható, kezdetben ez a szám az 1. Egy lépésben a táblán lévő számot növelhetjük 1-gyel, vagy a reciprokát vehetjük. Mutasd meg, hogy elérhető a fenti lépések alkalmazásával, hogy a táblán a  $17/2015$  legyen látható.
4. Adott 6 egységsugarú körlap, melyek az alábbi ábra szerint érintik egymást.



Szerkesztendő két különböző egyenes, amelyek mindegyike felezi a 6 körlapból álló alakzat területét. Írd le a szerkesztés menetét. A szerkesztést nem kell végrehajtani, de indokolni kell, hogy a kapott egyenesek miért felezik az alakzat területét.

5. Két rabló a következő módon osztozkodik a zsákmányolt aranytallérokön: „1 neked, 2 nekem, 3 neked, 4 nekem stb.”, amíg az aranytallérokból futja. A végén a soron következő rabló megkapja a maradék aranytallérokot. Tudjuk, hogy 1000 aranytallérnál kevesebb volt a zsákmányuk, és azt is, hogy az osztozkodás végén mindkét rabló egyforma számú aranytallért kapott. Legfeljebb hány aranytallér lehetett a zsákmány?